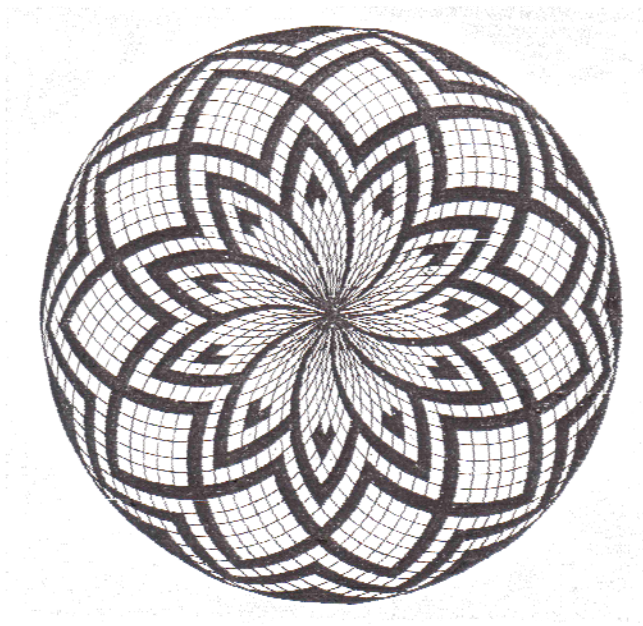


ชุดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยการแนะแนวทาง

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ช่วงชั้นที่ 4

ชุดที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ



ผู้สอน นางนิดา รักษาทรัพย์

ครูชำนาญการ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนท่าม่วงราษฎร์บำรุง

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาญจนบุรี เขต 1

ชุดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยการแนะแนวทาง

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชุดที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำชี้แจงสำหรับนักเรียน	1
จุดประสงค์การเรียนรู้	2
ชุดที่ 5 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ	
บัตรคำสั่ง	3
บัตรกิจกรรมที่ 5.1	4
บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.1	6
บัตรกิจกรรมที่ 5.2	7
บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.2	13
บัตรเนื้อหา	15
บัตรแบบฝึกหัดที่ 5.1	19
บัตรเฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.1	20
บัตรแบบฝึกหัดที่ 5.2	21
บัตรเฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.2	22
บัตรแบบทดสอบชุดที่ 5.1	23
บัตรเฉลยแบบทดสอบชุดที่ 5.1	24

## คำชี้แจงสำหรับนักเรียน

ชุดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นสื่อการเรียนรู้ สำหรับนักเรียน เรียนด้วยตนเอง

ชุดการเรียนรู้นี้มีทั้งหมด 8 ชุด ประกอบด้วย

ชุดที่ 1	ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	ใช้เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ชุดที่ 2	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	ใช้เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ชุดที่ 3	การหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	ใช้เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ชุดที่ 4	อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดของมุมเท่ากับ $30^\circ$ $45^\circ$ และ $60^\circ$	ใช้เวลาเรียน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 5	อัตราส่วนตรีโกณมิติ	ใช้เวลาเรียน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 6	ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม $30^\circ$ $45^\circ$ และ $60^\circ$	ใช้เวลาเรียน 3 ชั่วโมง
ชุดที่ 7	การอ่านค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตาราง	ใช้เวลาเรียน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 8	การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	ใช้เวลาเรียน 4 ชั่วโมง

นักเรียนควรที่จะศึกษาและทำตามลำดับของชุดการเรียนรู้ที่กล่าวข้างต้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งจะต้องศึกษาแต่ละชุดการเรียนรู้ว่าจะทำเรื่องใดก่อนหลัง โดยทำตามบัตรคำสั่งอย่างเคร่งครัด

ชุดการเรียนรู้จะมีประโยชน์ต่อนักเรียน ถ้าได้ศึกษาตามลำดับขั้นตอนและมีความซื่อสัตย์ หากทำบัตรกิจกรรมแล้วไม่เข้าใจก็ศึกษาจากบัตรเนื้อหาหลายๆ ครั้ง แล้วย้อนมาทำบัตรกิจกรรมอีกครั้ง เชื่อว่านักเรียนจะสามารถเรียนด้วยตนเองได้ ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยหรือเกิดปัญหาใด ๆ ซักถามครูได้

ชุดการเรียนรู้แบบค้นพบโดยการแนะแนวทาง  
ชุดที่ 5  
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ และ โคซีแคนต์ ซีแคนต์ โคแทนเจนต์ ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้

เนื้อหาสาระ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เวลาที่ใช้ 2 ชั่วโมง

สื่อการเรียนรู้

- บัตรกิจกรรมที่ 5.1, 5.2
- บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.1, 5.2
- บัตรเนื้อหา
- บัตรแบบฝึกหัดที่ 5.1, 5.2
- บัตรเฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.1, 5.2
- บัตรแบบทดสอบชุดที่ 5.1
- บัตรเฉลยแบบทดสอบชุดที่ 5.1

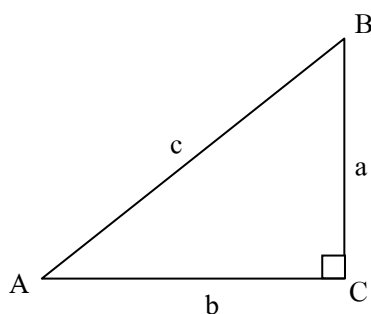
## บัตรคำสั่ง

1. ตรวจสอบการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย
  - บัตรกิจกรรมที่ 5.1, 5.2
  - บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.1, 5.2
  - บัตรเนื้อหา
  - บัตรแบบฝึกหัดที่ 5.1, 5.2
  - บัตรเฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.1, 5.2
  - บัตรแบบทดสอบชุดที่ 5.1
  - บัตรเฉลยแบบทดสอบชุดที่ 5.1
2. ทำบัตรกิจกรรมพร้อมทั้งตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาบัตรเนื้อหา(เมื่อทำบัตรกิจกรรมไม่เข้าใจ)
4. ทำบัตรแบบฝึกหัดพร้อมทั้งตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรแบบทดสอบพร้อมทั้งตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

**บัตรกิจกรรมที่ 5.1**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

คำว่า “ตรีโกณมิติ” ตรงกับคำภาษาอังกฤษ “Trigonometry” หมายถึง การวัดรูปสามเหลี่ยมได้มีการนำความรู้วิชาตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทาง พื้นที่ มุม และทิศทางที่ยากแก่การวัดโดยตรง เช่น การหาความสูงของภูเขา การหาความกว้างของแม่น้ำ เป็นต้น

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก



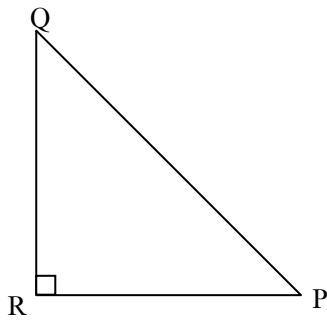
เมื่อพิจารณามุม A

$\overline{BC}$	เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A	ยาว a หน่วย
$\overline{CA}$	เรียกว่า ด้านประชิดมุม A	ยาว b หน่วย
$\overline{AB}$	เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก	ยาว c หน่วย

เมื่อพิจารณามุม B

$\overline{AC}$	เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม B	ยาว b หน่วย
$\overline{CB}$	เรียกว่า ด้านประชิดมุม B	ยาว a หน่วย
$\overline{BA}$	เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก	ยาว c หน่วย

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR ที่มีมุม R เป็นมุมฉาก



เมื่อพิจารณามุม P

— QR เรียกว่า .....(1)

— PR เรียกว่า .....(2)

— PQ เรียกว่า .....(3)

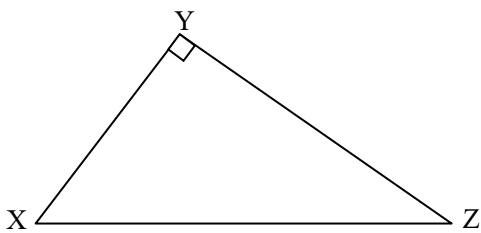
เมื่อพิจารณามุม Q

— QR เรียกว่า .....(4)

— PR เรียกว่า .....(5)

— PQ เรียกว่า .....(6)

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก XYZ ที่มีมุม Y เป็นมุมฉาก



เมื่อพิจารณามุม Z

— XY เรียกว่า .....(7)

— YZ เรียกว่า .....(8)

— XZ เรียกว่า .....(9)

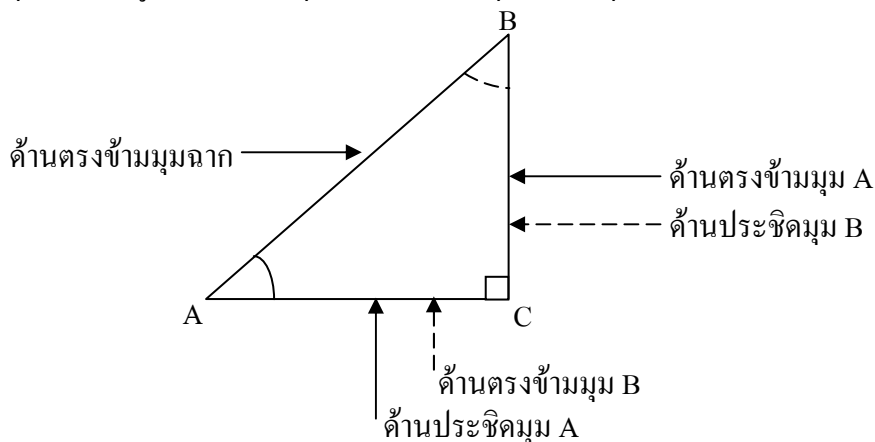
เมื่อพิจารณามุม X

— XY เรียกว่า .....(10)

— YZ เรียกว่า .....(11)

— XZ เรียกว่า .....(12)

4. สรุปได้ว่าในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก



สรุป ด้านตรงข้ามมุม ที่กำหนดให้ คือ.....(13)

ด้านประชิดมุม ที่กำหนด คือ.....(14)

ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ.....(15)



บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.1  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ

2.
  - (1) ด้านตรงข้ามมุม P
  - (2) ด้านประชิดมุม P
  - (3) ด้านตรงข้ามมุมฉาก
  - (4) ด้านประชิดมุม Q
  - (5) ด้านตรงข้ามมุม Q
  - (6) ด้านตรงข้ามมุมฉาก
  
3.
  - (7) ด้านตรงข้ามมุม Z
  - (8) ด้านประชิดมุม Z
  - (9) ด้านตรงข้ามมุมฉาก
  - (10) ด้านประชิดมุม X
  - (11) ด้านตรงข้ามมุม X
  - (12) ด้านตรงข้ามมุมฉาก
  
4.
  - (13) ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุม ที่กำหนดหรือด้านที่ไม่ใช่แขนของมุมที่กำหนด
  - (14) ด้านที่เป็นแขนของมุม ที่กำหนดและไม่ใช่ด้านตรงข้ามมุมฉาก
  - (15) ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมฉาก หรือด้านที่ไม่ใช่แขนของมุมฉาก

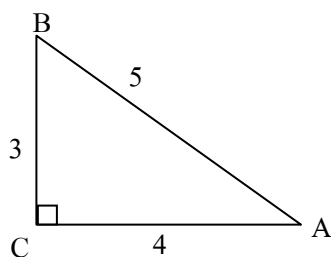
**บททฤษฎีบทที่ 5.2**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

**sine, cosine, tangent**

เรารู้จักคำว่า sine ของมุมกันเถอะ  
ซึ่งคำ sine เราจะเรียกสั้น ๆ ว่า sin

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์ (จำนวนที่เขียนกำกับด้านของรูปสามเหลี่ยมแสดงความยาวของด้านมีหน่วยเป็นหน่วยวัดความยาว)

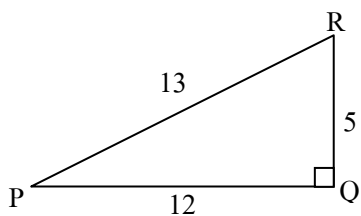
1)



$$\sin A = \frac{3}{5}$$

$$\sin B = \frac{4}{5}$$

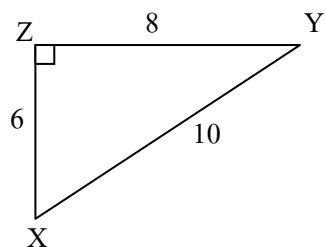
2)



$$\sin P = \frac{5}{13}$$

$$\sin R = \frac{12}{13}$$

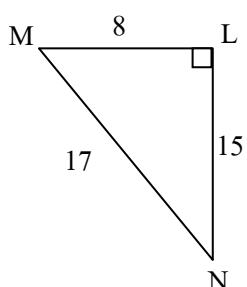
3)



$$\sin X = \dots\dots\dots(13)$$

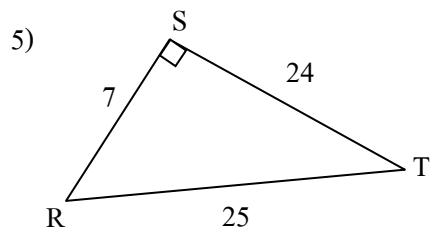
$$\sin Y = \dots\dots\dots(14)$$

4)



$$\sin M = \dots\dots\dots(15)$$

$$\sin N = \dots\dots\dots(16)$$



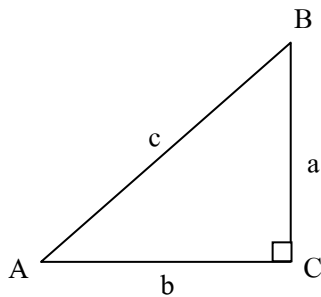
$$\sin R = \dots\dots\dots(17)$$

$$\sin T = \dots\dots\dots(18)$$

นักเรียนสามารถหา  $\sin$  ของมุมแหลม ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ได้อย่างไร

ค่า  $\sin$  ของมุมแหลม =.....(19)

สรุปได้ว่า เมื่อ  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม  $C$  เป็นมุมฉาก มีด้าน  $BC$ ,  $CA$  และ  $AB$  ยาว  $a$ ,  $b$  และ  $c$  หน่วยตามลำดับ



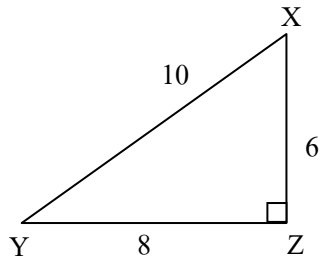
ไซน์ (sine) ของมุม  $A$  หรือ  $\sin A$  คือ  $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{a}{c}$

**ข้อสังเกต** ค่าของอัตราส่วนของความยาวของด้านแต่ละอัตราส่วนขึ้นอยู่กับขนาดของมุม  $A$

เรารู้จักคำว่า cosine ของมุมกันเถอะ  
ซึ่งค่า cosine เราจะเรียกสั้น ๆ ว่า cos

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์ (จำนวนที่เขียนกำกับด้านของรูปสามเหลี่ยมแสดงความยาวของด้านมีหน่วยเป็นหน่วยวัดความยาว)

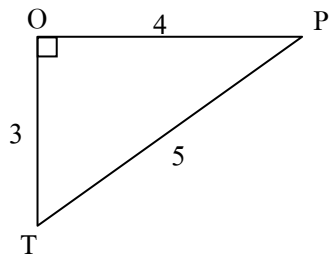
1)



$$\cos X = \frac{6}{10}$$

$$\cos Y = \frac{8}{10}$$

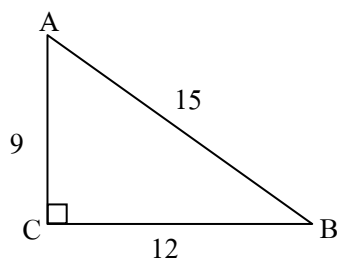
2)



$$\cos P = \frac{4}{5}$$

$$\cos T = \frac{3}{5}$$

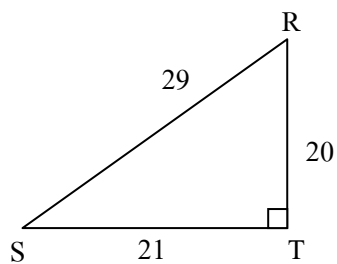
3)



$$\cos A = \dots\dots\dots(20)$$

$$\cos B = \dots\dots\dots(21)$$

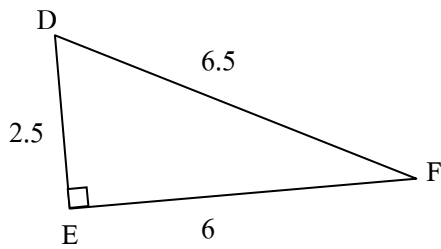
4)



$$\cos R = \dots\dots\dots(22)$$

$$\cos S = \dots\dots\dots(23)$$

5)



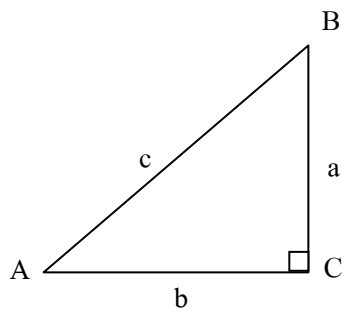
$\cos D = \dots\dots\dots(24)$

$\cos F = \dots\dots\dots(25)$

นักเรียนสามารถหา  $\cos$  ของมุมแหลม ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ได้อย่างไร

ค่า  $\cos$  ของมุมแหลม =  $\dots\dots\dots(26)$

สรุปได้ว่า เมื่อ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉาก โดย BC, CA และ AB ยาว a, b และหน่วย c หน่วยตามลำดับ

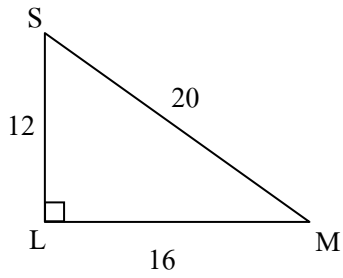


โคไซน์ (cosine) ของมุม A หรือ  $\cos A$  คือ  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots(27)$

ข้อสังเกต ค่าของอัตราส่วนของความยาวของด้านแต่ละอัตราส่วนขึ้นอยู่กับขนาดของมุม A

เรารู้จักคำว่า **tangent** ของมุมกันเถอะ  
ซึ่งคำ **tangent** เราจะเรียกสั้น ๆ ว่า **tan**

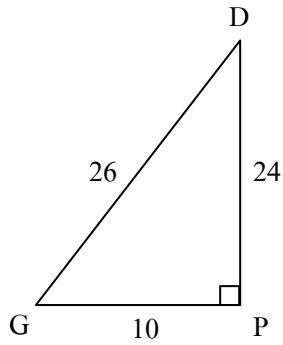
1)



$$\tan S = \frac{6}{12}$$

$$\tan M = \frac{12}{16}$$

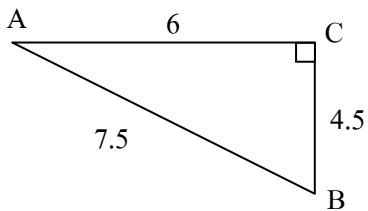
2)



$$\tan B = \frac{10}{24}$$

$$\tan G = \frac{24}{10}$$

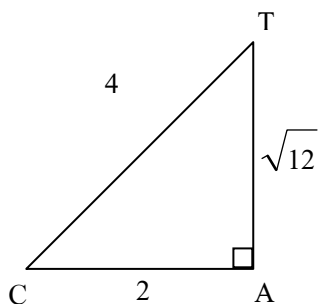
3)



$$\tan A = \dots\dots\dots(28)$$

$$\tan B = \dots\dots\dots(29)$$

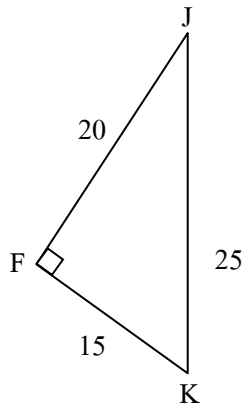
4)



$$\tan C = \dots\dots\dots(30)$$

$$\tan T = \dots\dots\dots(31)$$

5)



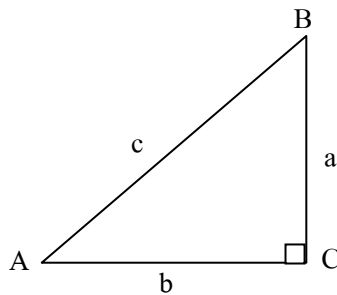
$$\tan J = \dots\dots\dots(32)$$

$$\tan K = \dots\dots\dots(33)$$

นักเรียนสามารถหา  $\tan$  ของมุมแหลม ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ได้อย่างไร

$$\text{ค่า } \tan \text{ ของมุมแหลม} = \dots\dots\dots(34)$$

สรุปได้ว่า เมื่อ  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม  $C$  เป็นมุมฉาก โดย  $BC$ ,  $CA$  และ  $AB$  ยาว  $a$ ,  $b$  และ  $c$  หน่วยตามลำดับ



$$\text{แทนเจนต์ (tangent) ของมุม } A \text{ หรือ } \tan A \text{ คือ } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots(35)$$

**ข้อสังเกต** ค่าของอัตราส่วนของความยาวของด้านแต่ละอัตราส่วนขึ้นอยู่กับขนาดของมุม  $A$

บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.2  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ

sine

$$3. \quad (13) \quad \frac{8}{16}$$

$$(14) \quad \frac{6}{10}$$

$$4. \quad (15) \quad \frac{15}{17}$$

$$(16) \quad \frac{8}{17}$$

$$5. \quad (17) \quad \frac{24}{25}$$

$$(18) \quad \frac{7}{25}$$

$$(19) \quad \sin \text{ ของมุมแหลม} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

cosine

$$3 \quad (20) \quad \frac{9}{15}$$

$$(21) \quad \frac{12}{15}$$

$$4 \quad (22) \quad \frac{20}{29}$$

$$(23) \quad \frac{21}{29}$$

$$5 \quad (24) \quad \frac{2.5}{6.5} = \frac{25}{65} = \frac{5}{13}$$

$$(25) \quad \frac{6}{6.5}$$

$$(26) \quad \cos \text{ ของมุมแหลม} = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$(27) \quad \cos A \text{ คือ} = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{b}{c}$$

tangent

$$3 \quad (28) \quad \frac{4.5}{6} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

$$(29) \quad \frac{6}{4.5} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$$



$$4 \quad (30) \quad \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$(31) \quad \frac{2}{\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{12}}{12} = \frac{4\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$5 \quad (32) \quad \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

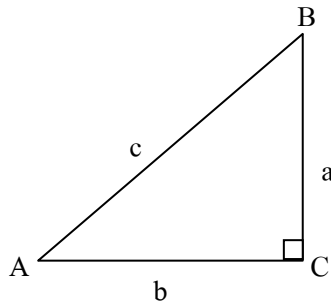
$$(33) \quad \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

$$(34) \quad \tan \text{ ของมุมแหลม} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม}}$$

$$(35) \quad \tan A \text{ คือ} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{a}{b}$$

**บัตรเนื้อหา**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric ratio) หมายถึง อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูป รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้าน BC, CA และ AB ยาว a, b และ c หน่วยตามลำดับ เมื่อพิจารณามุม A เรียกแต่ละด้านดังนี้

— AB คือ ด้านตรงข้ามมุมฉาก แทนความยาวของด้านนี้ด้วย c หรือ AB

— BC คือ ด้านตรงข้ามมุม A แทนความยาวของด้านนี้ด้วย a หรือ BC

— CA คือ ด้านประชิดมุม A แทนความยาวของด้านนี้ด้วย b หรือ CA

อัตราส่วนของความยาวของด้าน มีชื่อเรียกดังนี้

$\frac{BC}{AB}$  หรือ  $\frac{a}{c}$  เรียกว่า ไซน์ (sine) ของมุม A นิยมเขียน  $\sin A$

$\frac{CA}{AB}$  หรือ  $\frac{b}{c}$  เรียกว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A นิยมเขียน  $\cos A$

$\frac{BC}{CA}$  หรือ  $\frac{a}{b}$  เรียกว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A นิยมเขียน  $\tan A$

สรุปได้ว่า เมื่อ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉาก

ไซน์ของมุม A คือ  $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A คือ  $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A คือ  $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

ค่าของอัตราส่วนของความยาวของด้านแต่ละอัตราส่วนขึ้นอยู่กับขนาดของมุม A

นั่นคือ  $\sin A = \frac{a}{c}$ ,  $\cos A = \frac{b}{c}$ ,  $\tan A = \frac{a}{b}$

เทคนิคการจำ

$$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$$

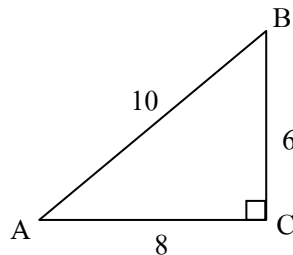
$$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$$

ข้าม หมายถึง ความยาวด้านตรงข้ามมุม

ชิด หมายถึง ความยาวด้านประชิดมุม

ฉาก หมายถึง ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B จากรูปต่อไปนี้  
(จำนวนที่เขียนกำกับด้านของรูปสามเหลี่ยมแสดงความยาวของด้านมีหน่วยเป็นหน่วยวัดความยาว)



วิธีทำ จากรูป

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{6}{10}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{8}{10}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} = \frac{6}{8}$$

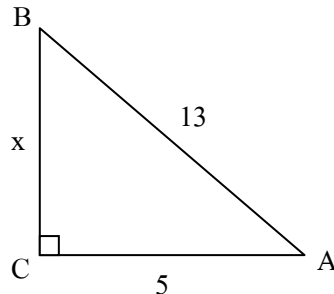
ในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า

$$\sin B = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{8}{10}$$

$$\cos B = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{6}{10}$$

$$\tan B = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม B}} = \frac{8}{6}$$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาค่าของ  $\sin A$ ,  $\cos A$ , และ  $\tan A$  จากรูปต่อไปนี้  
(จำนวนที่เขียนกำกับด้านของรูปสามเหลี่ยมแสดงความยาวของด้านมีหน่วยเป็นหน่วยวัดความยาว)



**วิธีทำ** จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
หาค่า  $x$  ซึ่งเป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A โดยใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส  
**ดังนี้**

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$13^2 = 5^2 + x^2$$

$$x^2 = 13^2 - 5^2$$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x^2 = 144$$

$$\text{ดังนั้น } x = 12$$

$$\text{ค่าของ } \sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{x}{13} = \frac{12}{13}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{5}{13}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} = \frac{x}{5} = \frac{12}{5}$$

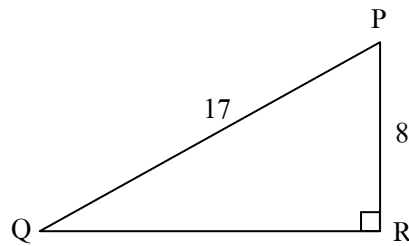
**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก POR มีมุม R เป็นมุมฉาก และ  $17\sin Q = 8$   
จงหาค่าของ

(1)  $\cos P + \cos Q$

(2)  $\sin P + \tan Q$

**วิธีทำ** จาก  $17 \sin Q = 8$   
 $\sin Q = \frac{8}{17}$

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR ที่มี  $\angle P$  เป็นมุมฉาก และ  $\sin Q = \frac{8}{17}$  ที่เป็นไปได้รูปหนึ่ง  
คือ รูปที่มี  $\overline{PQ} = 17$  และ  $\overline{PR} = 8$



จะได้  $PQ^2 = QR^2 + RP^2$  (ใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส)

$$17^2 = QR^2 + 8^2$$

$$QR^2 = 17^2 - 8^2$$

$$QR^2 = 289 - 64$$

$$QR^2 = 225$$

ดังนั้น  $QR = 15$

(1)  $\cos P = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } P}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{8}{17}$

$$\cos Q = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } Q}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{15}{17}$$

ดังนั้น  $\cos P + \cos Q = \frac{8}{17} + \frac{15}{17} = \frac{23}{17}$       ตอบ

(2)  $\sin P = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } P}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{15}{17}$

$$\tan Q = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } Q}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } Q} = \frac{8}{15}$$

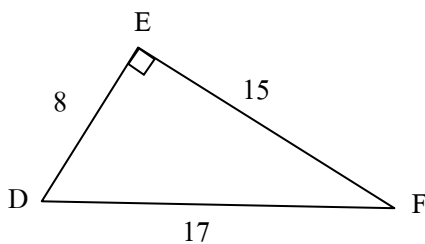
ดังนั้น  $\sin P + \tan Q = \frac{15}{17} + \frac{8}{15}$   
 $= \frac{225+136}{255} = \frac{361}{255}$       ตอบ

**บัตรแบบฝึกหัดที่ 5.1**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

ข้อตกลง จำนวนที่เขียนกำกับไว้ที่ด้านของรูปสามเหลี่ยมหมายถึงความยาวของด้านนั้นมีหน่วยเป็นหน่วยวัดความยาว

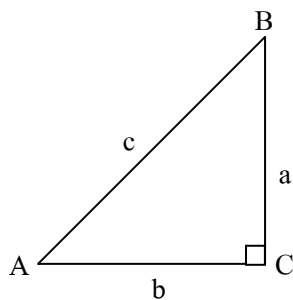
1. จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF ซึ่งมีมุม E เป็นมุมฉาก



- จงหา
1.  $\sin D = \dots\dots\dots$
  2.  $\cos D = \dots\dots\dots$
  3.  $\tan D = \dots\dots\dots$
  4.  $\sin F = \dots\dots\dots$
  5.  $\cos F = \dots\dots\dots$
  6.  $\tan F = \dots\dots\dots$

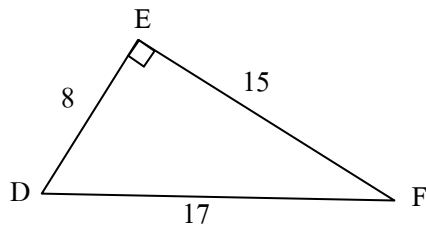
2. จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A หรือ B



- จงหา
1.  $\sin \dots\dots\dots = \frac{a}{c}$
  2.  $\sin \dots\dots\dots = \frac{b}{c}$
  3.  $\cos \dots\dots\dots = \frac{b}{c}$
  4.  $\cos \dots\dots\dots = \frac{a}{c}$
  5.  $\tan \dots\dots\dots = \frac{a}{b}$
  6.  $\tan \dots\dots\dots = \frac{b}{a}$

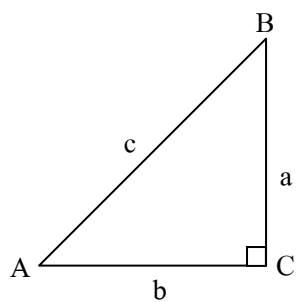
**บัตรเฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.1**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF ซึ่งมีมุม E เป็นมุมฉาก



1.  $\sin D = \frac{15}{17}$
2.  $\cos D = \frac{8}{17}$
3.  $\tan D = \frac{15}{8}$
4.  $\sin F = \frac{8}{17}$
5.  $\cos F = \frac{15}{17}$
6.  $\tan F = \frac{8}{15}$

2. อัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A หรือ B

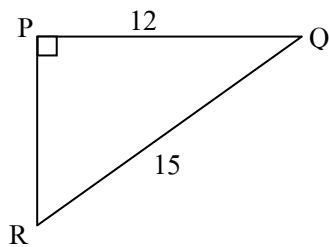


1.  $\sin A = \frac{a}{c}$
2.  $\sin B = \frac{b}{c}$
3.  $\cos A = \frac{b}{c}$
4.  $\cos B = \frac{a}{c}$
5.  $\tan A = \frac{a}{b}$
6.  $\tan B = \frac{b}{a}$

**บัตรแบบฝึกหัดที่ 5.2**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

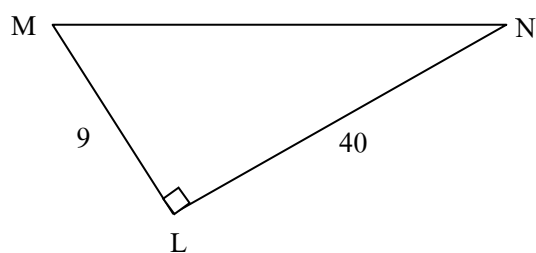
**ข้อตกลง** จำนวนที่เขียนกำกับไว้ที่ด้านของรูปสามเหลี่ยมหมายถึงความยาวของด้านนั้น  
มีหน่วยเป็นหน่วยวัดความยาว

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก POR ซึ่งมีมุม P เป็นมุมฉาก



- จงหา
1.  $\sin Q = \dots\dots\dots$
  2.  $\cos Q = \dots\dots\dots$
  3.  $\tan Q = \dots\dots\dots$
  4.  $\sin R = \dots\dots\dots$
  5.  $\cos R = \dots\dots\dots$
  6.  $\tan R = \dots\dots\dots$

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก LMN ซึ่งมีมุม L เป็นมุมฉาก

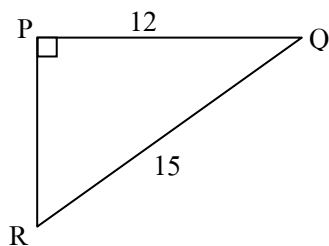


- จงหา
1.  $\sin M = \dots\dots\dots$
  2.  $\cos M = \dots\dots\dots$
  3.  $\tan M = \dots\dots\dots$
  4.  $\sin N = \dots\dots\dots$
  5.  $\cos N = \dots\dots\dots$
  6.  $\tan N = \dots\dots\dots$



บัตรเฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.2  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก POR ซึ่งมีมุม P เป็นมุมฉาก



$$PR^2 + PQ^2 = RQ^2$$

$$PR^2 = RQ^2 - PQ^2$$

$$PR = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$1. \sin Q = \frac{9}{15}$$

$$2. \cos Q = \frac{12}{15}$$

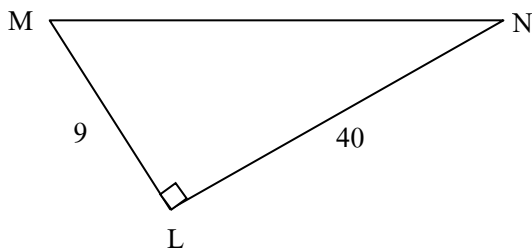
$$3. \tan Q = \frac{9}{12}$$

$$4. \sin R = \frac{12}{15}$$

$$5. \cos R = \frac{9}{15}$$

$$6. \tan R = \frac{12}{9}$$

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก LMN ซึ่งมีมุม L เป็นมุมฉาก



$$MN^2 = ML^2 + LN^2$$

$$MN = \sqrt{9^2 + 40^2} = \sqrt{1681} = 41$$

$$1. \sin M = \frac{40}{41}$$

$$2. \cos M = \frac{9}{41}$$

$$3. \tan M = \frac{40}{9}$$

$$4. \sin N = \frac{9}{41}$$

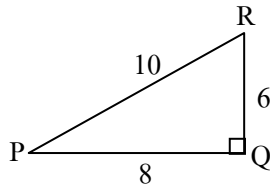
$$5. \cos N = \frac{40}{41}$$

$$6. \tan N = \frac{9}{40}$$

**บัตรแบบทดสอบชุดที่ 5.1**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุด

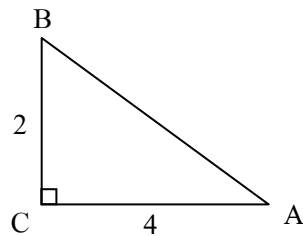
1. จากรูป จงหาค่าต่อไปนี้



1.  $\cos P = \dots\dots\dots$

2.  $\tan R = \dots\dots\dots$

2. จากรูป  $\sin A$  เท่ากับเท่าไร

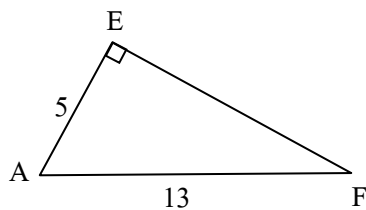


$AB = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$\sin A = \dots\dots\dots$

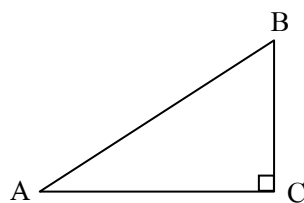
3. จากรูป  $\tan F$  เท่ากับเท่าไร



$EF = \dots\dots\dots$

$\tan F = \dots\dots\dots$

4. จากรูป  $\sin A = 0.6$  จงหาว่า  $\cos A$  มีค่าเท่าไร



$\sin A = \dots\dots\dots$

$AC = \dots\dots\dots$

$\cos A = \dots\dots\dots$

5. กำหนดให้  $\triangle XYZ$  มีมุม Y เป็นมุมฉาก ถ้า  $\tan X = \frac{4}{3}$  จงหาค่า  $\sin X + \cos X$

$\tan X = \dots\dots\dots$

$XZ = \dots\dots\dots$

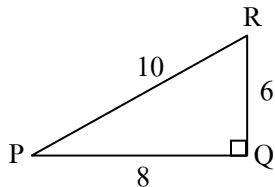
$\sin X = \dots\dots\dots$

$\cos X = \dots\dots\dots$

$\sin X + \cos X = \dots\dots\dots$

บัตรเฉลยแบบทดสอบชุดที่ 5.1  
อัตราส่วนตรีโกณมิติ

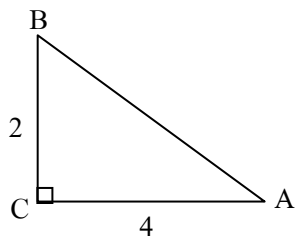
จากรูป จงหาค่าต่อไปนี้



$$1. \cos P = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$2. \tan R = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

1. จากรูป  $\sin A$  เท่ากับเท่าไร

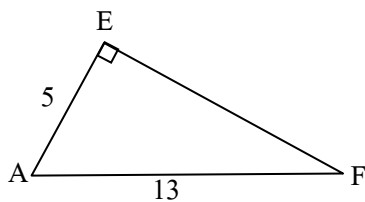


$$AB = \sqrt{2^2 + 4^2}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

$$\sin A = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

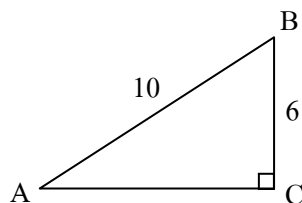
2. จากรูป  $\tan F$  เท่ากับเท่าไร



$$EF = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$\tan F = \frac{5}{12}$$

3. จากรูป  $\sin A = 0.6$  จงหาว่า  $\cos A$  มีค่าเท่าไร

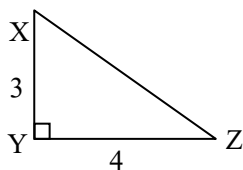


$$\sin A = 0.6 = \frac{6}{10} = \frac{BC}{AC}$$

$$AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\cos A = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

4. กำหนดให้  $\triangle XYZ$  มีมุม Y เป็นมุมฉาก ถ้า  $\tan X = \frac{4}{3}$  จงหาค่า  $\sin X + \cos X$



$$\tan X = \frac{4}{3} = \frac{YZ}{XY}$$

$$XZ = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sin X = \frac{4}{5}$$

$$\cos X = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin X + \cos X = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$