



# คณิตศาสตร์(ค41102)

- หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4



# อัตราส่วนตรีโกณมิติ



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ได้



ตรีโกณมิติ เป็นวิชาที่ก่อกำเนิด  
ในยุคต้น ๆ ของ ศตวรรษที่สอง  
ก่อนคริสตศักราช เนื่องจาก  
ความจำเป็นในการ วัดความยาว  
ของด้าน และมุมของรูปสามเหลี่ยม



ที่ปรากฏในวิชาดาราศาสตร์ และ  
ต่อมา ก็นำมาใช้ในการสำรวจ  
การเดินทาง และการประยุกต์อื่น ๆ  
คำว่า “ตรีโกณมิติ”(Trigonometry)  
มีความหมายว่า **มุมสามมุม**



หรือหมายถึง“วัตรูปสามเหลี่ยม”

“tri” หมายถึง “three” แปลว่า สาม

“gon” หมายถึง “angle” แปลว่า มุม

และ “metry” หมายถึง “measure” แปลว่า

วัด (ความกว้าง ความยาว ความสูง)



ในปัจจุบัน การใช้ตรีโกณมิติ  
มิได้จำกัดแต่เพียงการแก้ปัญห  
เรื่องรูปสามเหลี่ยมเท่านั้น แต่  
ได้มีการพัฒนาวิชานี้ให้มี  
ประโยชน์และนำไปใช้ ได้กว้างขึ้น



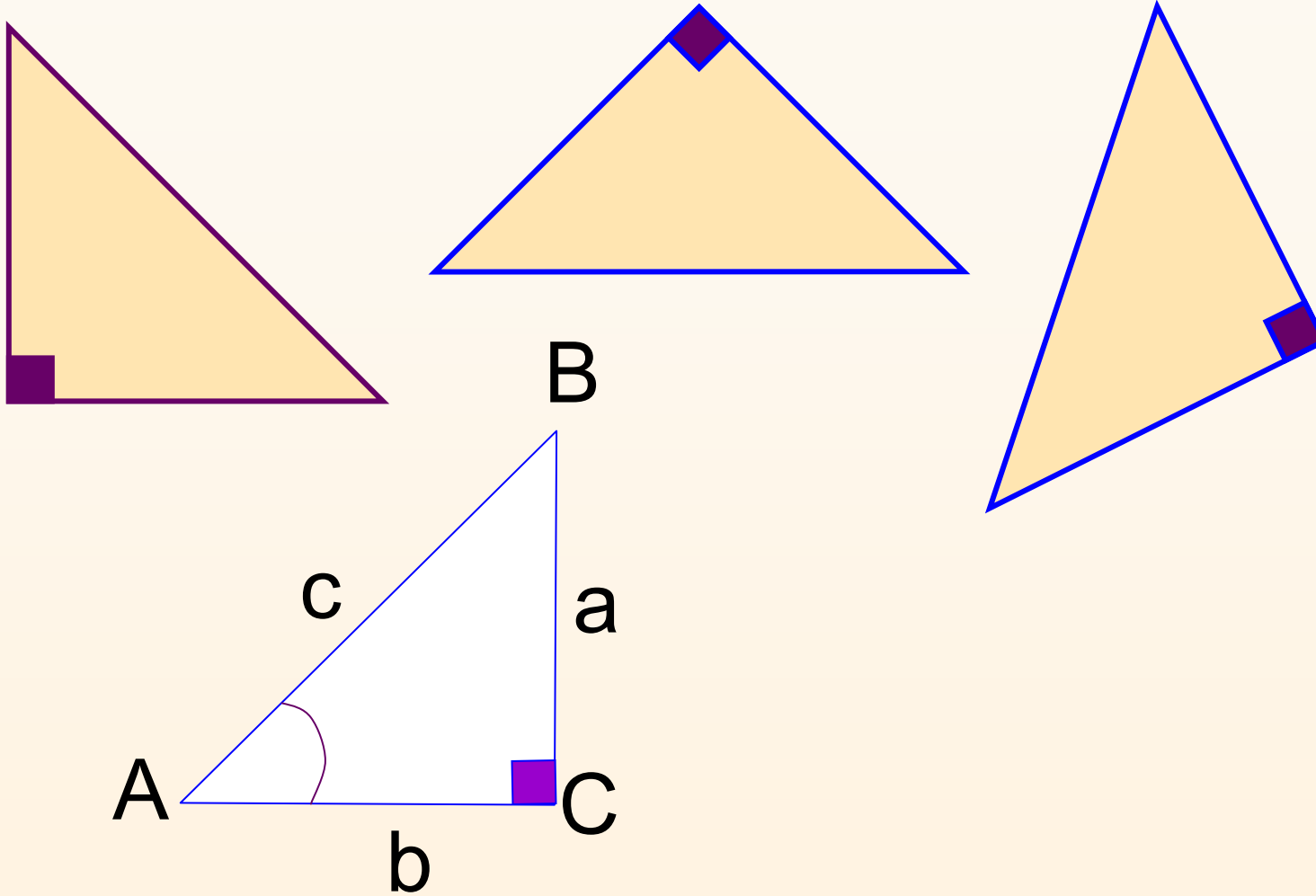
# การศึกษาตรีโกณมิติอาศัยความรู้ ในเรื่องสามเหลี่ยมคล้าย

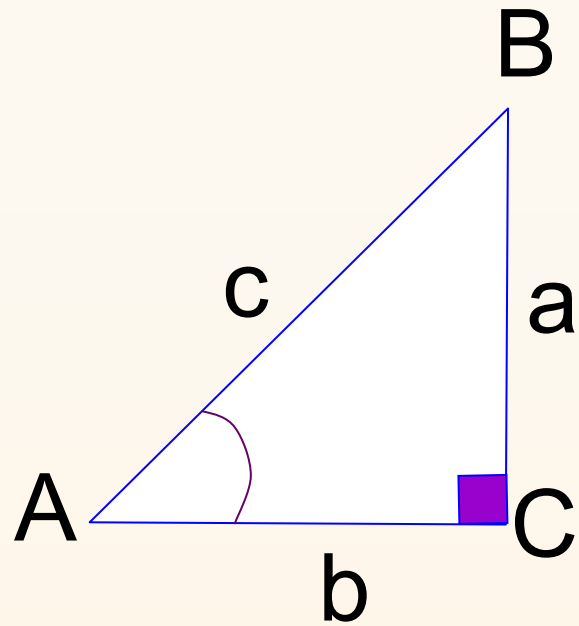
ตรีโกณมิติ ได้มีการนำไปใช้ในการ  
หาระยะทาง พื้นที่ มุม และทิศทางที่  
ยากแก่การวัดโดยตรง เช่น ความสูง  
ของภูเขา การหาความกว้างของแม่น้ำ  
และสามารถนำไปอธิบายเกี่ยวกับ  
การเคลื่อนที่ที่เป็นคาบ





ต่อมาวิชาตรีโกณมิติพัฒนาขึ้นและ  
ได้มีการนำไปประยุกต์ใช้ในวิชาต่าง ๆ  
เช่น วิชาฟิสิกส์ วิศวกรรมศาสตร์  
เป็นต้น





$\frac{a}{c}$  ไซน์ (sine) ของมุม A

$\frac{b}{c}$  โคไซน์ (cosine) ของมุม A

$\frac{a}{b}$  แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A

เรียกอัตราส่วนทั้งสามว่า “อัตราส่วน

ตรีโกณมิติ” ค่าของ อัตราส่วนตรีโกณมิติ



ของ  $A$  เมื่อ  $A$  เป็นมุมแหลม ของรูป  
สามเหลี่ยมมุมฉาก จะขึ้นอยู่กับขนาดของ  
มุม  $A$

นิยามเขียน sin แทน ไซน์

cos แทน โคไซน์

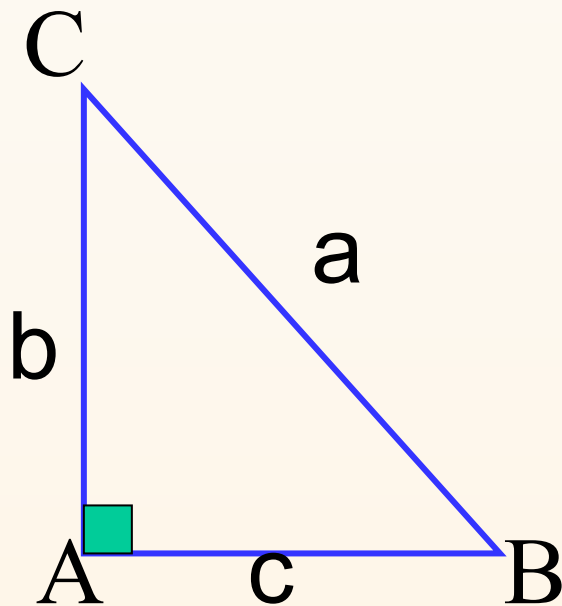
tan แทน แทนเจนต์

### ตัวอย่าง

ไซน์ของมุม  $30^\circ$  แทนด้วย  $\sin 30^\circ$

โคไซน์ของมุม  $60^\circ$  แทนด้วย  $\cos 60^\circ$

แทนเจนต์ของมุม  $45^\circ$  แทนด้วย  $\tan 45^\circ$



จากรูป

$$\sin B \text{ คือ } \dots \frac{b}{a} \dots$$

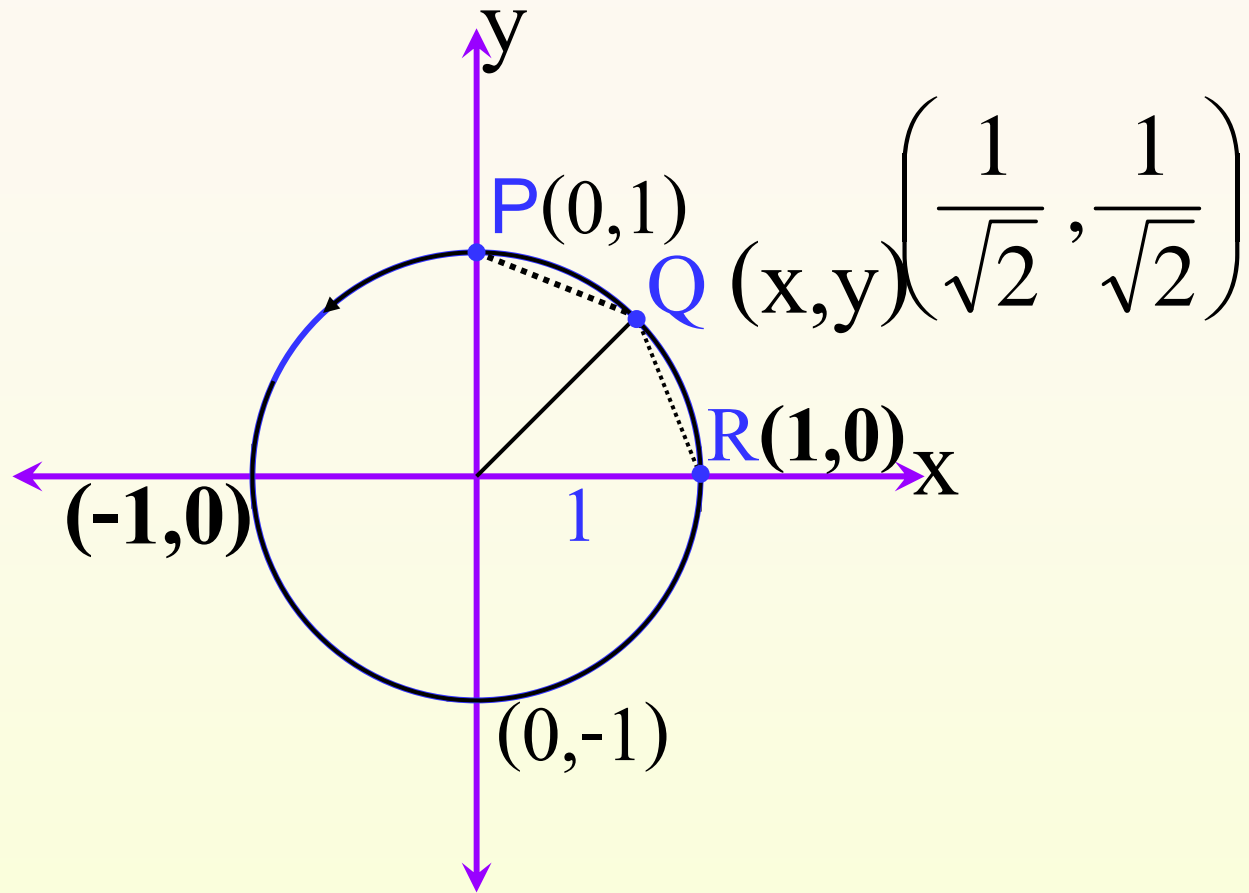
$$\cos B \text{ คือ } \dots \frac{c}{a} \dots$$

$$\tan B \text{ คือ } \dots \frac{b}{c} \dots$$

$$\sin C \text{ คือ } \dots \frac{c}{a} \dots$$

$$\cos C \text{ คือ } \dots \frac{b}{a} \dots$$

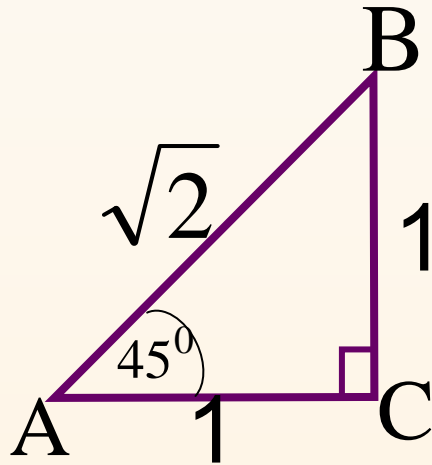
$$\tan C \text{ คือ } \dots \frac{c}{b} \dots$$







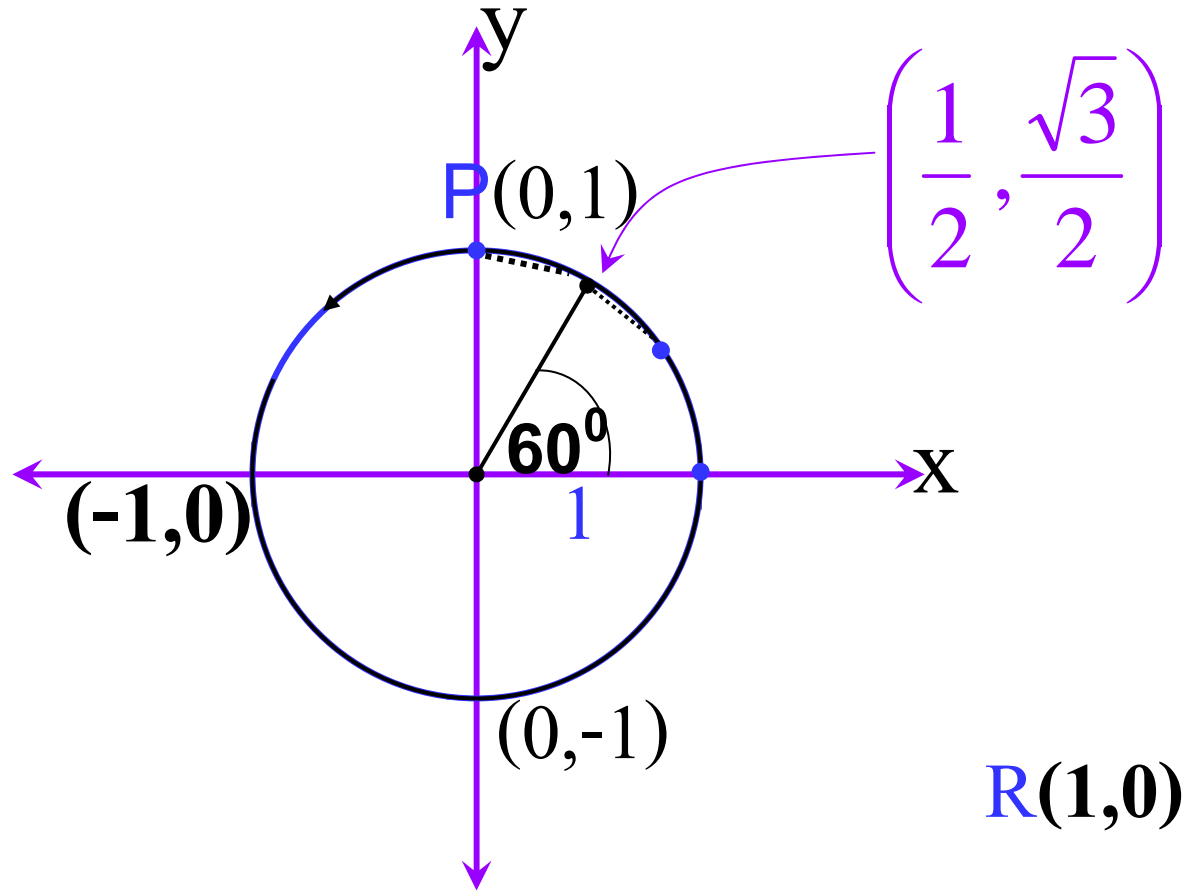
# มุม A กาง $45^{\circ}$

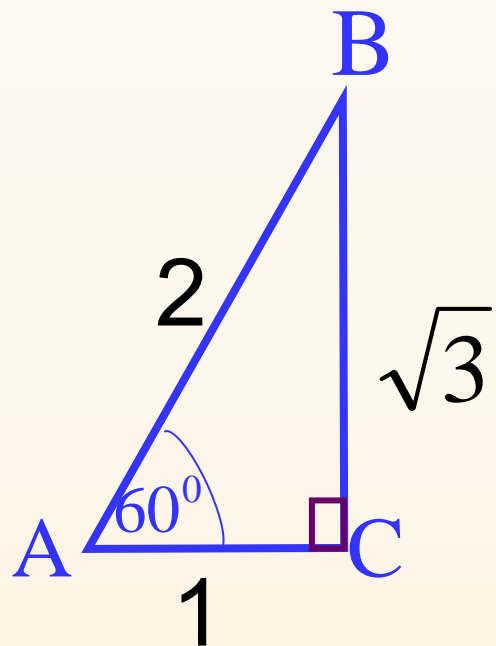


$$\sin A = \sin 45^{\circ} = \dots \frac{1}{\sqrt{2}} \dots$$

$$\cos A = \cos 45^{\circ} = \dots \frac{1}{\sqrt{2}} \dots$$

$$\tan A = \tan 45^{\circ} = \dots 1 \dots$$



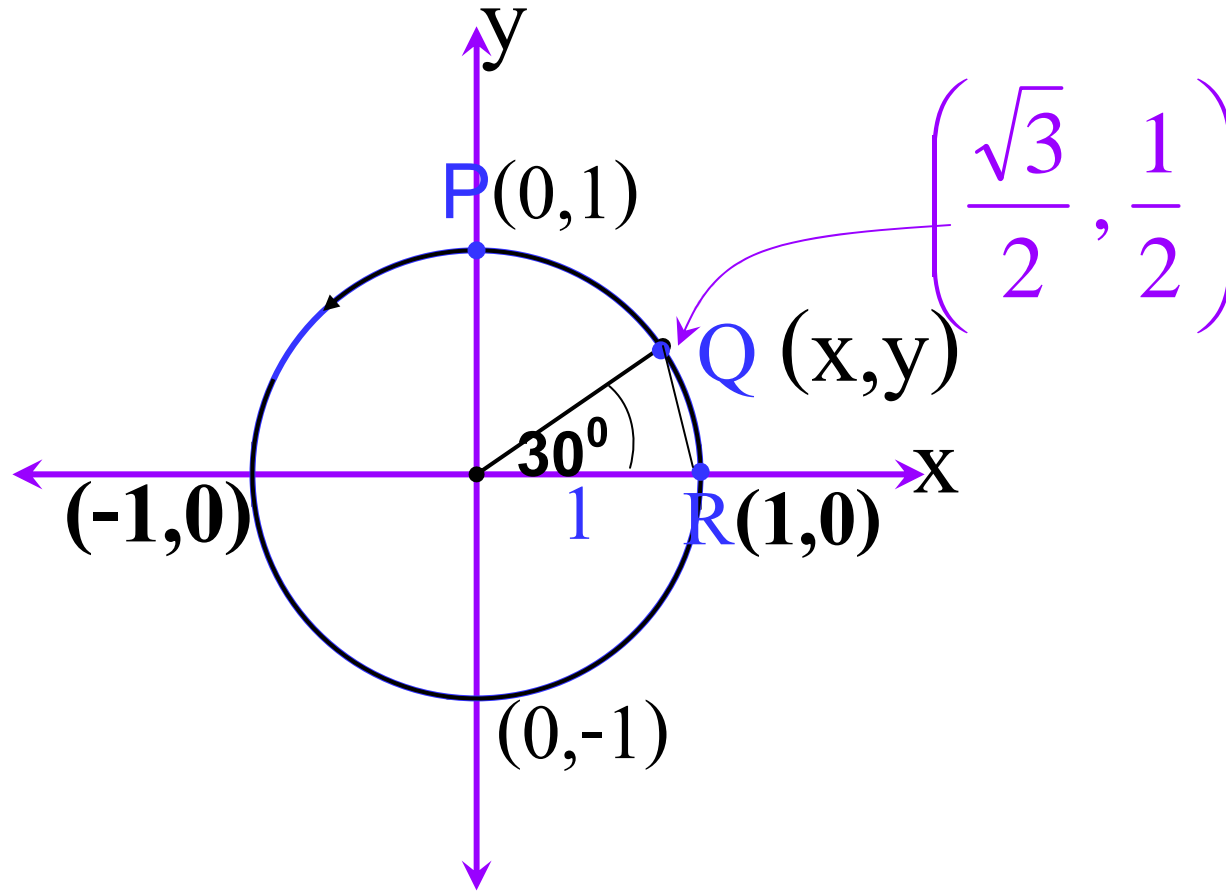


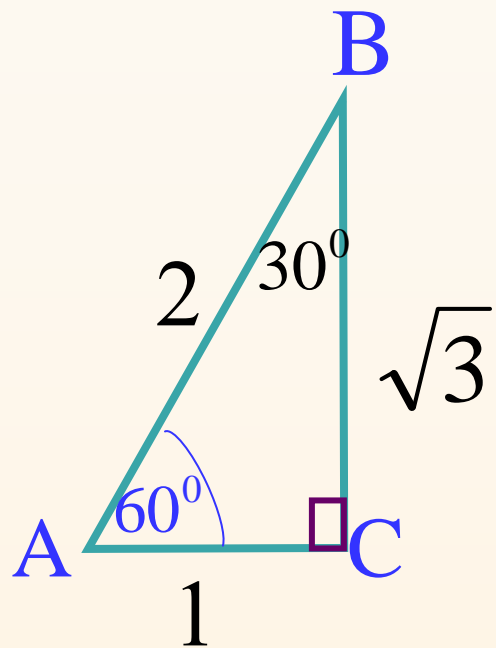
มุม A กาง  $60^0$

$$\sin A = \sin 60^0 = \dots \frac{\sqrt{3}}{2} \dots$$

$$\cos A = \cos 60^0 = \dots \frac{1}{2} \dots$$

$$\tan A = \tan 60^0 = \dots \sqrt{3} \dots$$



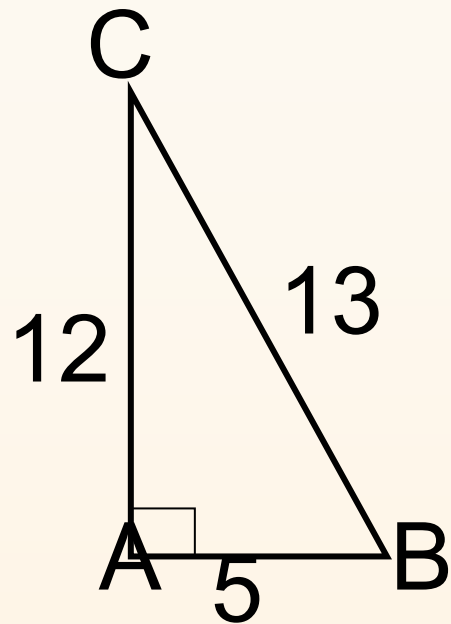


มุม B กาง  $30^{\circ}$

$$\sin B = \sin 30^{\circ} = \dots \frac{1}{2} \dots$$

$$\cos B = \cos 30^{\circ} = \dots \frac{\sqrt{3}}{2} \dots$$

$$\tan B = \tan 30^{\circ} = \dots \frac{1}{\sqrt{3}} \dots$$



กำหนด  $ABC$  เป็นสามเหลี่ยม

มุมฉาก ที่มีขนาดต่าง ๆ

ดังภาพ จงหา

$$1. \sin B \dots \frac{12}{13}$$

$$4. \sin C \dots \frac{5}{13}$$

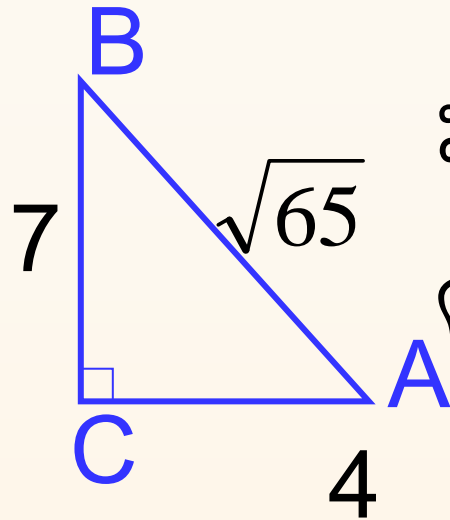
$$2. \cos C \dots \frac{12}{13}$$

$$5. \cos B \dots \frac{5}{13}$$

$$3. \tan C \dots \frac{5}{12}$$

$$6. \tan B \dots \frac{12}{5}$$

# กำหนด ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีขนาดต่างๆ



มุมฉาก ที่มีขนาดต่างๆ

ดังภาพ จงหา

$$1. \sin A = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$4. \cos B = \frac{7}{\sqrt{65}}$$

$$2. \sin B = \frac{7}{\sqrt{65}}$$

$$5. \tan A = \frac{7}{4}$$

$$3. \cos A = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$6. \tan B = \frac{4}{7}$$

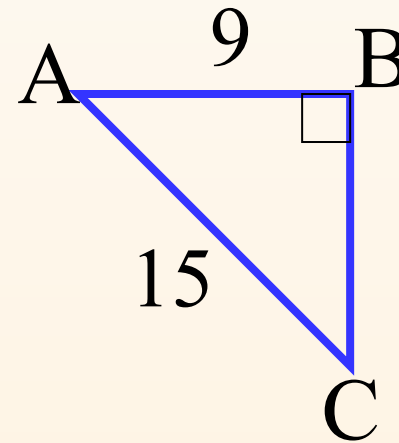
จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากABC  
ที่กำหนดให้ จงหา

1.  $\sin A$

2.  $\tan A$

3.  $\cos C$

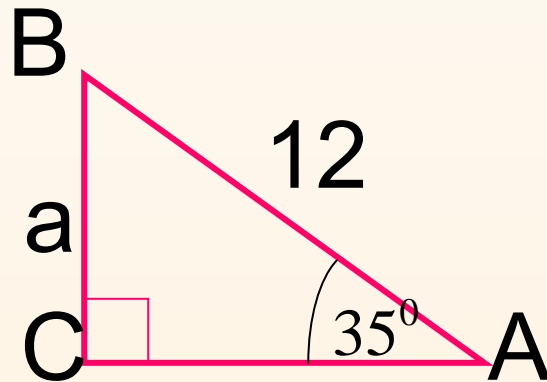
4.  $\tan C$





จงหาค่า  $a$  จากสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

$$\sin 35^\circ = \frac{a}{12}$$

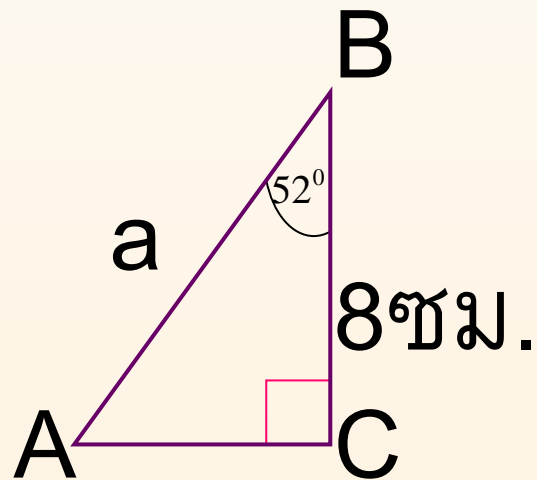


$$a = 12 \sin 35^\circ$$

$$a \approx 12 \times 0.574$$

$$a \approx 6.89$$

จงหาค่า  $a$  จากสามเหลี่ยมที่กำหนดให้



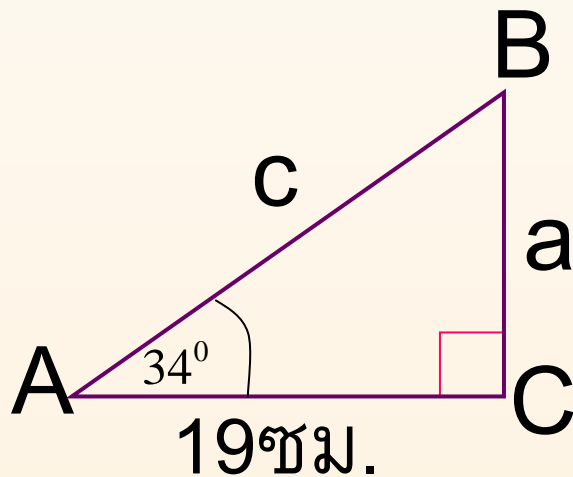
$$\cos 52^\circ = \frac{a}{8}$$

$$a = \frac{8}{\cos 52^\circ}$$

$$a \approx \frac{8}{0.616}$$

$$a \approx 12.99 \text{ ซม.}$$

จงหาค่า  $a$  และ  $c$  จากรูปสามเหลี่ยม  
ที่กำหนดให้

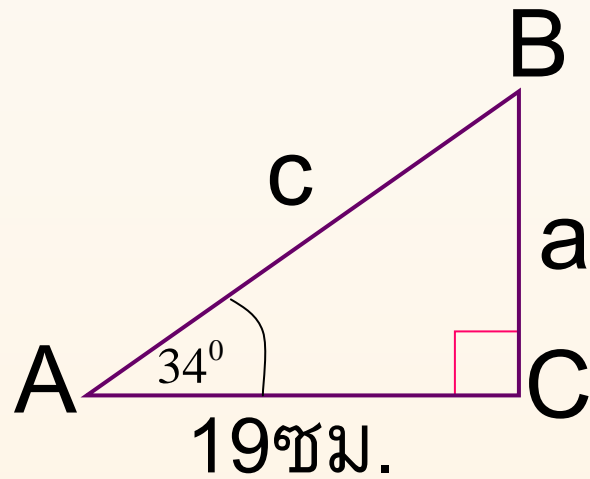


$$\tan 34^\circ = \frac{a}{19}$$

$$a = 19 \tan 34^\circ$$

$$a \approx 19 \times 0.675$$

$$a \approx 12.825 \text{ ซม.}$$



$$\sin 34^\circ = \frac{a}{c}$$

$$c = \frac{a}{\sin 34^\circ}$$

$$c \approx \frac{12.825}{0.559}$$

$$c \approx 22.94 \text{ ซม.}$$

จงหาค่าของ  $x, y$  หรือ  $z$  จากสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1)

